Elektriska fält och potential

Fältbegreppet (inledning)

När man beskriver hur jorden påverkar massor i jordens närhet brukar man tala om tyngdkraft eller ibland dragningskraft, där denna (i viss approximation) kan skrivas F = mg. Kraften beror uppenbarligen på vilken massa vi pratar om , och på g som tydligen är en egenskap i rummet runt jorden. Denna är lika för alla massor, alla material och alla former. Vi skulle kunna kalla denna för tyngdkraftfältet. Vill man mäta g-fältet gör man det genom att mäta kraften på en känd massa, kallad testmassa, exempelvis med en dynamometer. En filosofisk fråga som då inställer sig är om fältet bara finns där då man placerar testmassan där eller om det är en egenskap i rummet. Experiment (och kanske sunt förnuft) säger att egenskapen finns vare sig man mäter den eller inte. Denna egenskap brukar källas för ett fält i rummet. Sådana kan vara vektorfält (exvis g-fältet ovan) eller skalärfält /exvis lufttrycket.

Elektriska fält

I elektriska tillämpningar beror kraften på en den egenskap vi kallar laddning, q, och den rumsegenskap vi kallar elektriskt fält eller E-fält, och sambandet är mycket likt det som gäller för g-fältet; F = qE, där q då ofta vid beräkning av fältet från mätningar får namnet testladdning. Fältet från en punktladdning, Q, kan experimentellt bestämmas till

(1) $E = \frac{Q}{konst \cdot r^2}$ där positiv riktning räknas som vänd från Q. Kombineras detta med uttrycket för F, fås (om vi samtidigt använder konstantens värde i SI-systemet):

(2) $F = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/Vm}$ vilket brukar kallas Coulombs lag

Värdet på konstanten beror bara på enhetssystemet och skall inte ges någon fysikalisk innebörd. Sambanden (1) och (2) gäller även för alla typer av sfäriskt symmetriska laddningsfördelningar, så länge F och E mäts i punkter utanför själva laddningsfördelningen.

Punktladdningar uppträder emellertid i första hand i enkla atomfysikaliska exempel och i läroböcker. Verkliga laddningsfördelningar innebär oftast att laddningarna ligger utbredda över

En tråd (rak eller böjd, som exempelvis hårstrån efter kamning en kall vinterdag))

En ytan (plan eller välvd, exempelvis ytan på en gammaldags tjock-TV)

En volym (som i ett åskmoln exempelvis)

Vad fältet blir i dessa fall får härledas med integralmetoder, men detta ligger oftst utanför denna kurs så här ger vi bara några resultat för specialfall:

Tråd med laddningen λ per längdenhet:

(3) $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

Nära en yta med laddningen σ per ytenhet

(4) $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Fält illustrueras ofta med fältlinjer vilka egentligen ofta är kurvor och inte linjer, men som är parallella med fältet överallt. Sådana linjer börjar i plusladdningar eller oändligheten och slutar i minusladdningar eller oändligheten. För statiska fall bildar de aldrig slutna kurvor. Vidare kan de inte korsa varandra eftersom det skulle innebära att fältet i korsningspunkten hade två samtidiga riktningar.

Dipoler, fältet från dem och krafter på dem

En dipol ser i läroböcker ut som en hantel med ena änden bestående av en positiv laddning och den andra av en negativ med samma laddningsbelopp, Q. Laddningarna är separerade en sträcka d. Dipolen är alltså som helhet oladdad. Ett mått på dipolens ”styrka” är dipolmomentet, p = Qd.

En nyttig övning är att visa att fältet från en dipol är

(5) $E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ resp $E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$

för punkter på sammanbindningslinjen resp på dess mittpunktsnormal. Notera är fältet avtar mycket snabbare än fältet från en punktladdning. Fältriktningen kommer att vara parallell med sammanbindningslinjen.

I ett fält som är lika starkt överallt och lika riktat kommer nettokraften på en dipol att bli noll eftersom kraftbidraget från den positiva och den negativa laddningen kommer att ta ut varandra, men däremot kommer dipolen att vrida sig så att dess negativa ände vänds mot positiva yttre laddningar och vice versa. Om fältet däremot varierar i styrka mellan olika ställen uppkommer efter inriktning av dipolen en nettokraft.

Antag exempelvis att dipolen befinner sig i närheten av en positiv trådladdning och ställer in sig så att den negativa änden vänds mot tråden och befinner sig på avståndet L från tråden. Då befinner sig den positiva laddningen på avståndet L+d där oftast L>>d. Den negativa laddningen attraheras och den positiva repelleras av trådladdningen och nettokraften blir således

(6) $F_{netto} = \frac{Q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 L} - \frac{Q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (L+d)} = \frac{Q\lambda d}{2\pi\varepsilon_0 L(L+d)} \approx \frac{\lambda p}{2\pi\varepsilon_0 L^2}$

Det är en mycket nyttig övning att visa att kraften mellan två dipoler med samma beräkningsmetod kan visas vara omvänt prop mot r^4, dvs avtar mycket snabbt. Detta är den attraktionskraft som i kemin brukar kallas _____

Elektrisk potential

Även om kraftberäkningar mellan dipoler kan vara mycket intressanta, är ju de flesta av tillämpningarna för ämnet relaterade till begreppet spänning och potential, så nästa naturliga steg är att definiera dessa. Om fält definieras som kraft per laddning och visar sig vara ett användbart begrepp kanske vi kan definiera energi per laddning som ytterligare en användbart storhet. Så länge vi går efter en fältlinje gäller att energi (W) = kraft ggr sträcka dvs

$$(7)\quad W = \int_{start}^{slut} F dr$$

Vilket ger oss den sökta storheten, energi per laddning = potential som

$$(8)\quad U = \frac{W}{Q} = \int_{start}^{slut} \frac{F}{Q} dr = \int_{start}^{slut} E dr$$

Om man som startpunkt använder oändligheten får man det som normalt kallas potential i slutpunkten, och om man väljer en annan startpunkt får man potentialskillnaden mellan start- och slutpunkt. Den sistnämnda benämns även spänning och den mest kända elektriska storheten. Potential och spänning mäts båda i volt, V.

För en punktladdning kan man beräkna potentialen som

$$(9)\quad U(r_1) = \int_{\infty}^{r_1} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \right]_{\infty}^{r_1} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$$

Och eftersom fältet från en punktladdning är detsamma som fältet för valfri sfärisk laddningsfördelning så gäller ovanstående uttryck även för dem.

Obs att potential är den potentiella energin per positiv laddning. En negativ laddning har alltså positiv potentiell energi i en negativ potential ☺

Den spänning man normalt talar om i vägguttag, batterier mm definieras och beräknas egentligen på samma sätt skillnaden är sättet den används.