

Kameraobjektiv och felfokusering

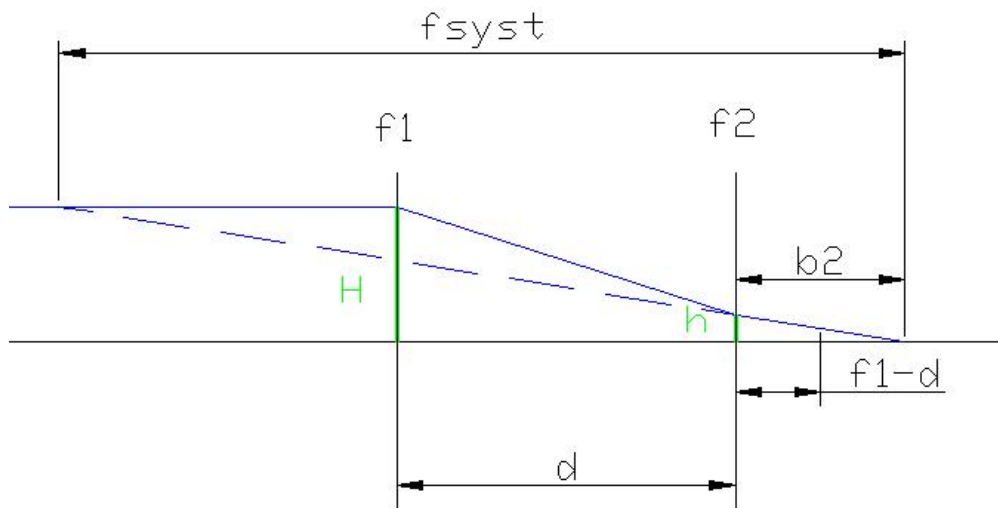
Zoomobjektiv

Ett kameraobjektiv ska normalt avbilda ett objekt som befinner sig på några meters avstånd på en film i en kraftig förminskning. Det innebär att fokallängden på det objektiv man ska avbilda kan beräknas ur önskad bildstorlek = h' (ges av storleken på filmrutan eller ccd-chipet), objektsavståndet a och objektstorleken h :

$$(1) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow b = \frac{af}{a-f}$$

$$(2) \quad h' = \frac{b}{a}h = \frac{af}{a-f} \frac{h}{a} = \frac{f}{a-f}h \Rightarrow f = \frac{h'a}{h+h'} \approx \frac{h'a}{h}$$

Om man inte vill ha ett objektiv för varje tänkbart önskad fokallängd gör man ett zoomande linssystem som kan bestå av ett positivt och ett negativt linspaket som har inbördes varierbart avstånd d . Om vi låter det positiva ha fokallängd f_1 och det negativa fokallängd f_2 (f_2 är alltså ett negativt tal), så kan vi skissa situationen:



f_{syst} är alltså avståndet mellan bakre huvudplan och bakre fokalplan. Bildavståndet till lins 1 är f_1 , vilket ger att objektsavståndet till lins 2 blir

$$(3) \quad a_2 = -(f_1 - d) = d - f_1$$

vilket insatt i linsformeln för lins 2 ger

$$(4) \quad b_2 = \frac{a_2 f_2}{a_2 - f_2} = \frac{(d - f_1) f_2}{d - f_1 - f_2}$$

Vi har sedan två par av likformiga trianglar i vilka H och h ingår:

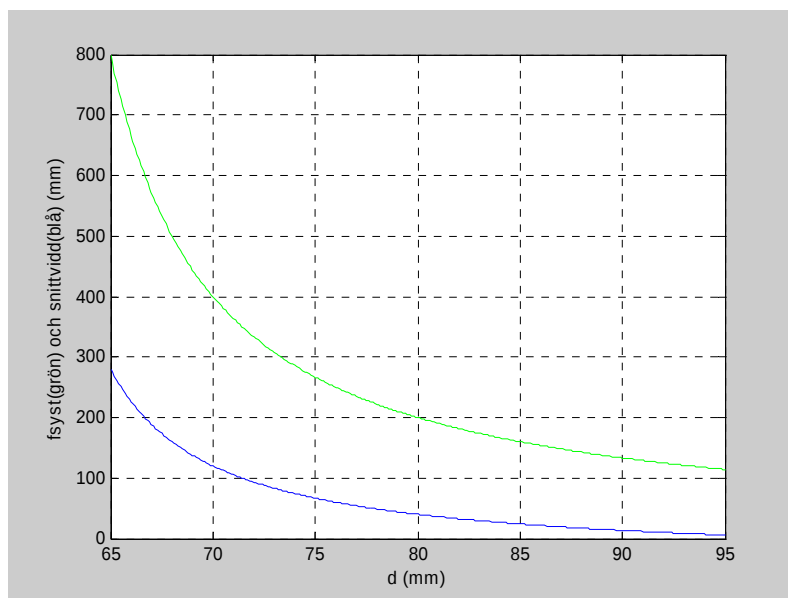
$$(5) \quad \frac{H}{h} = \frac{f_{syst}}{b_2} \text{ och } \frac{H}{h} = \frac{f_1}{f_1 - d} \Rightarrow f_{syst} = \frac{b_2 f_1}{f_1 - d} = \frac{(d - f_1) f_2 f_1}{(d - f_1 - f_2)(f_1 - d)} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \Rightarrow$$

$$(6) \quad \frac{1}{f_{syst}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \Rightarrow P_{syst} = P_1 + P_2 - d P_1 P_2$$

Detta samband är allmänt och gäller för alla kombinationer av två linspaket.

Man ser att när d närmar sig summan av fokallängderna (inkl tecken) går f_{syst} mot oändligheten. Detta är gränsfallet mot ett teleskop som ju har en oändlig fokallängd. Vi ser också att vi köpet fick ett uttryck för snittvidden dvs avståndet mellan sista lins och bakre fokalplan. Det går ju nämligen att identifiera b_2 som just denna snittvidd.

Låt $f_1=100\text{mm}$ och $f_2=-40\text{mm}$. Då blir det avstånd där f_{syst} går mot oändligheten $=60\text{mm}$. Vi plottar därför snittvidd och systemfokallängd för $65\text{mm} < d < 90\text{mm}$.



Vad skulle ha hänt om vi med d närmat oss 60mm underifrån i stället?

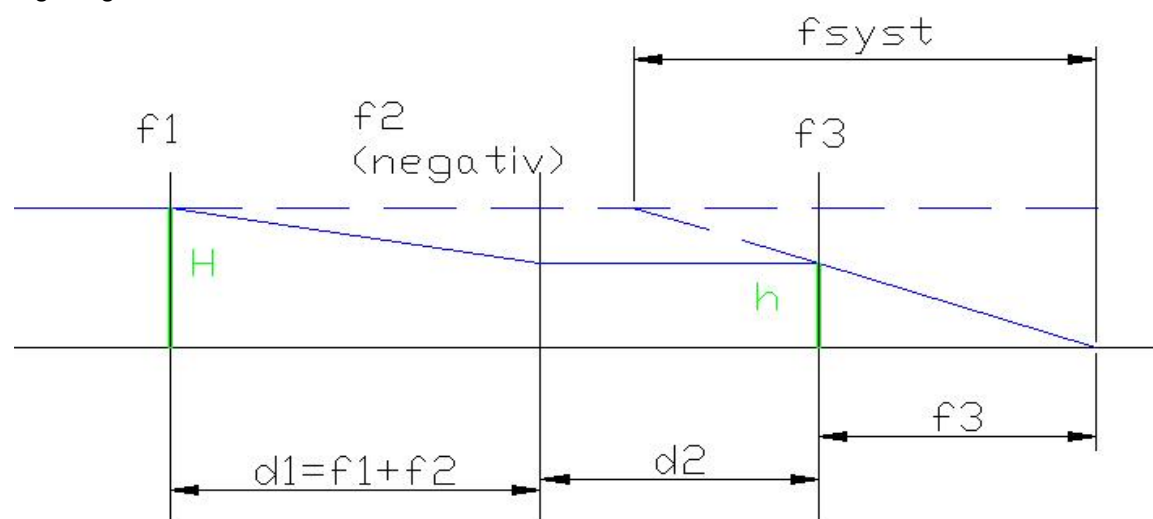
Zoomning innebär alltså att man ändrar d , vilket ger en ändring av systemfokallängden, men också kräver att man flyttar filmen i förhållande till sista linsen.

Mellanringar och försättslinser

Om man vill gå åt det motsatta hållet dvs förkorta fokallängden för att skaffa sig ett större synfält, kan man dels köpa ett makroobjektiv, men också använda olika typer av mellanringar som fungerar som förminskande (=större synfält på given filmruta) teleskop.

Idén är att mellan objektivet (som i fig nedan ritas som en enda tunn lins med fokallängd f_1) placera ett "bakvänt" teleskop. Den första linsen i teleskopet (=det som kallas mellanring) är negativ.

Fig enligt nedan:



Tack vare att de två första linserna är afokala tillsammans kommer mellanbilden mellan lins 2 och 3 att hamna i oändligheten, vilket gör att slutbilden hamnar på fokallängds avstånd efter sista linsen. Det innebär att även här kan vi hitta två par av likformiga trianglar som innehåller H och h :

$$(7) \quad \frac{H}{h} = \frac{f_1}{f_1 - d_1} = \frac{f_1}{-f_2} \text{ och } \frac{H}{h} = \frac{f_{\text{syst}}}{f_3} \Rightarrow f_{\text{syst}} = \frac{f_1 f_3}{-f_2}$$

Dvs fokallängden förkortas med en faktor = kvoten mellan fokallängderna på linserna i mellanringen.

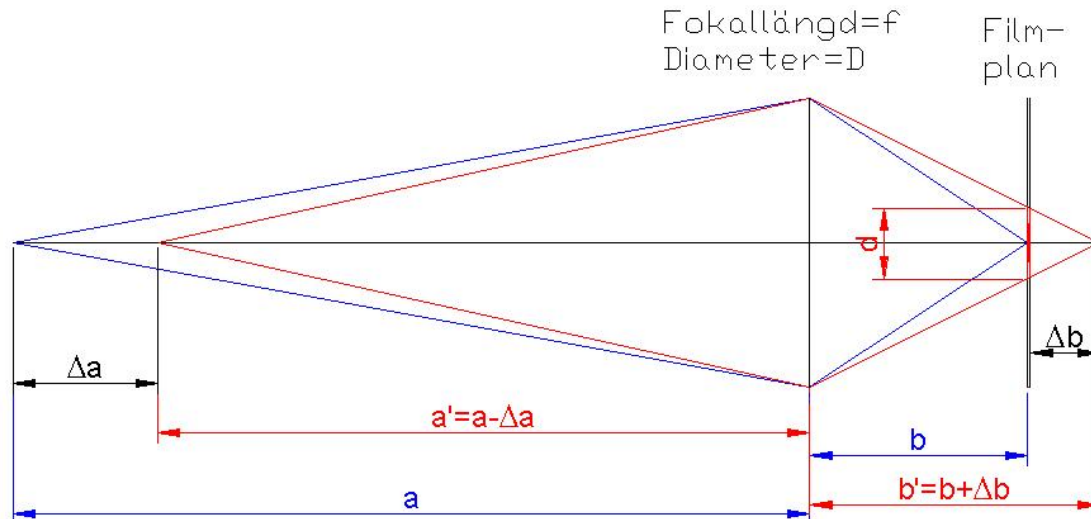
Försättsringar innebär i princip att man sätter ett teleskop framför det vanliga objektivet varvid fokallängden ökar (eller minskar) med vinkelförstoringen i teleskopet.

Felfokusering

När man ställer in ett kameraobjektiv på ett viss avstånd innebär det i realiteten att man justerar avståndet lins-film så att detta uppfyller linsformeln. Det finns emellertid en möjlighet att välja mellan djupskärpa eller rörelseoskärpa i bilden (om inte allt är automatiserat ☺). Vi börjar med att bestämma skärpedjupet dvs hur mycket objektsavståndet kan förändras från det inställda värdet utan att objektet blir oskarpt. Dvs hur lång in i förgrund eller bakgrund blir bilden skarp.

Vi börjar med att definiera den oskärpa vi kan tolerera i bilden. Denna ges normalt av pixelstorlek på detektorn, kornstorlek i filmen e.d. Om bilden är "softad" genom artificiell suddighet blir den tillåtna oskärpan naturligtvis större.

Kalla max oskarpecirkel för d , låt de inställda objekts och bildavstånden kallas a och b samt objekts och bildavstånd för ett förgrundsobjekt för a' och b' :



Först behöver vi ett samband mellan Δa och Δb :

$$(8) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow b = \frac{af}{a - f} \Rightarrow M = \frac{b}{a} = \frac{f}{a - f}$$

Differentierar vi detta får vi

$$(9) \quad \frac{da}{db} = \frac{f}{a - f} - \frac{af}{(a - f)^2} = \frac{f(a - f) - af}{(a - f)^2} = \frac{-f^2}{(a - f)^2} = M^2$$

Alltså är

$$(10) \quad \Delta b = M^2 \Delta a$$

minustecknet har tagits bort eftersom det bara betyder att a minskar om b ökar och vice versa.

Från likformiga trianglar ser vi nu vidare att:

$$(11) \quad \frac{d}{D} = \frac{\Delta b}{b + \Delta b} \approx \frac{\Delta b}{b} = \frac{M^2 \Delta a}{Ma} = \frac{M \Delta a}{a} \Rightarrow \Delta a = \frac{ad}{MD}$$

Uttrycker vi detta mha den vanliga approximationen att i en kamera är $M = f/a$ så får vi

$$(12a) \quad \Delta a = \frac{a^2 d}{fD}$$

Använder vi bländartalet $\#f = f/D$ kan vi skriva:

$$(12b) \quad \Delta a = \frac{a^2 d(\#f)}{f^2}$$

Vi ser alltså att stort skärpedjup får vi om

- Vi har stort objektsavstånd
- Tillåter stor oskärpa
- Vi har stort bländartal (dvs liten öppning)
- Vi har kort fokallängd

Det är det sistnämnda som gör att digitalkameror ofta inte behöver någon avståndsställning alls.

Ett annat nyttigt sätt att uttrycka detta på är hur stor suddighet man får pga given felfokusering, Δa .

Detta får vi genom att lösa ut d ur ovanstående och dividera med $M = f/a$ (det blir ju oskärpecirkelns motsvarighet i objektsrymden)

$$(13) \quad D_{\text{suddighet}} = \frac{\Delta a f}{a(\#f)}$$

Obs att detta bara gäller för måttlig felfokusering (vi har ju differentierat). Om objektsavståndet närmar sig oändligheten gäller det definitivt inte! I det fallet kan vi i stället använda oss av det som kallas hyperfokallavstånd, a_{hyp} , som är det kortaste inställda avstånd som ger en tillräckligt skarp bild enligt ovanstående kriterium.

Startpunkten nu blir linsformeln i vilken vi stoppar in det största Δb som tillåts av ekvation

(11) som avvikelse från bildavståndet f .

$$(14) \quad \frac{1}{a_{\text{hyp}}} + \frac{1}{f + \Delta b} = \frac{1}{f} \Rightarrow f + \Delta b = \frac{a_{\text{hyp}} f}{a_{\text{hyp}} - f} \Rightarrow \Delta b = \frac{f^2}{a_{\text{hyp}} - f}$$

Vilket nu kombineras med (11) till

$$(15) \quad \frac{f^2}{a_{\text{hyp}} - f} = \frac{fd}{D} \Rightarrow a_{\text{hyp}} = f \left(1 + \frac{D}{d} \right) \approx \frac{fD}{d}$$

Detta avstånd ger nu en geometriskt helt skarp bild om man bortser från aberrationer och diffraktion. Det är lätt att visa att man på halva detta avstånd får lika oskarp bild som från oändligt avlägsna objekt. En äldre systemkamera med $f = 50$ mm, bländare 2,8 och $d = 0,05$ mm ger ca $a_{\text{hyp}} = 18$ m. Ner till 9 m objektsavstånd behöver man inte fokusera om alltså.

Byter vi till en mobiltelefon med $f = 6$ mm, samma bländare och $d = 0,006$ mm (pixelstorlek i standardchip) får vi en dryg meter i stället.